UNIDAD 3

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

Para resolver cualquier circuito hay que saber ciertos conceptos básicos.

Circuito eléctrico: Es la unión de elementos activos y pasivos (resistencias, capacitores, fuentes, etc..) que contienen al menos una trayectoria cerrada.

Nodo: Es simplemente un punto de conexión de 2 ó más elementos de un circuito

UNIDAD 3

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

Malla: Es cualquier trayectoria cerrada a través del circuito, en la cual ningún nodo se encuentran más de una vez

Rama: Parte de un circuito que contiene sólo un único elemento, y los nodos a cada extremo del elemento.

UNIDAD 3

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

Para resolver circuitos hay varios métodos:

0.- Divisor de Voltaje y Divisor de Corriente.

1.- Reducción de circuitos

2.- Leyes de kirchhoff

3.- Método de mallas

4.- Método de nodos

5.- Método de superposición

6.- Teoremas de Thevenin y Norton

UNIDAD 3

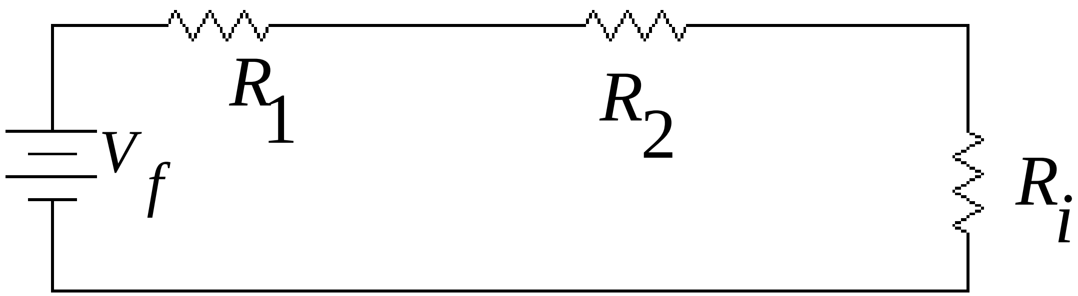
RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

0.- Divisor de Voltaje y Divisor de Corriente

a) Divisor de Voltaje

Es un método que sirve para calcular un voltaje (ó caída de potencial) en una resistencia o en un elemento pasivo en un circuito de una sola malla.

La fórmula:



$$V_{Ri} = V_f \left(\frac{R_i}{\sum R} \right)$$

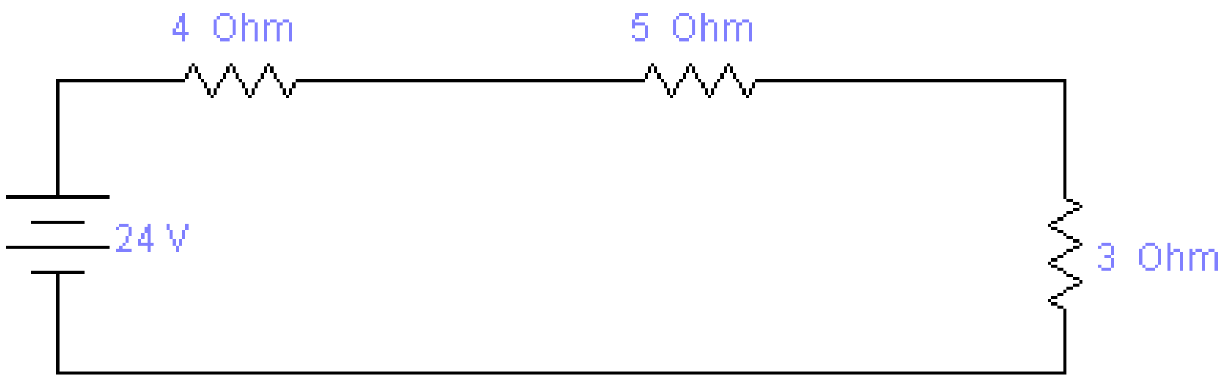
UNIDAD 3

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

0.- Divisor de Voltaje y Divisor de Corriente

a) Divisor de Voltaje

Hallar el valor del voltaje en la resistencia de 3Ω



$$V_{Ri} = V_f \left(\frac{R_i}{\sum R} \right)$$

$$V_{Ri} = 24 \left(\frac{3}{4+5+3} \right)$$

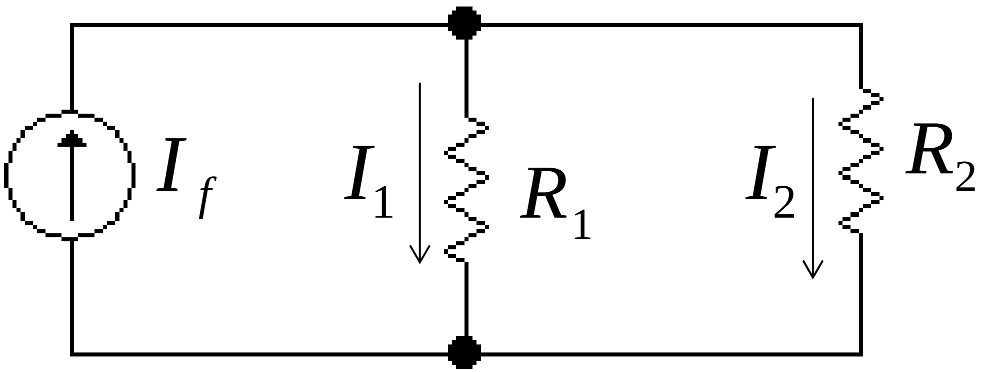
$$V_{Ri} = 6V$$

UNIDAD 3

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

b) Divisor de Corriente

Circuito de un solo par de nodos.
Herramienta que sirve para calcular la corriente por cualquier elemento pasivo, en un circuito de un solo par de nodos.



$$I_1 = I_f \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

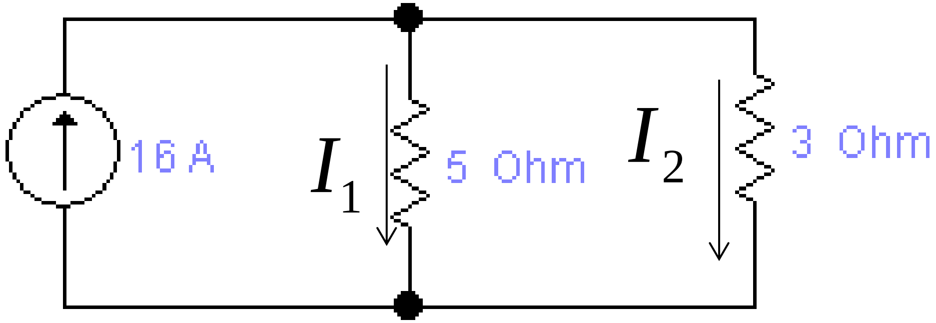
$$I_2 = I_f \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

UNIDAD 3

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

a) Divisor de Corriente

Hallar el valor de corriente en la resistencia de 3Ω



$$I_2 = I_f \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = 16\frac{3}{3+5}$$

$$I_2 = 16\left(\frac{3}{8}\right)$$

$$I_2 = 6A$$

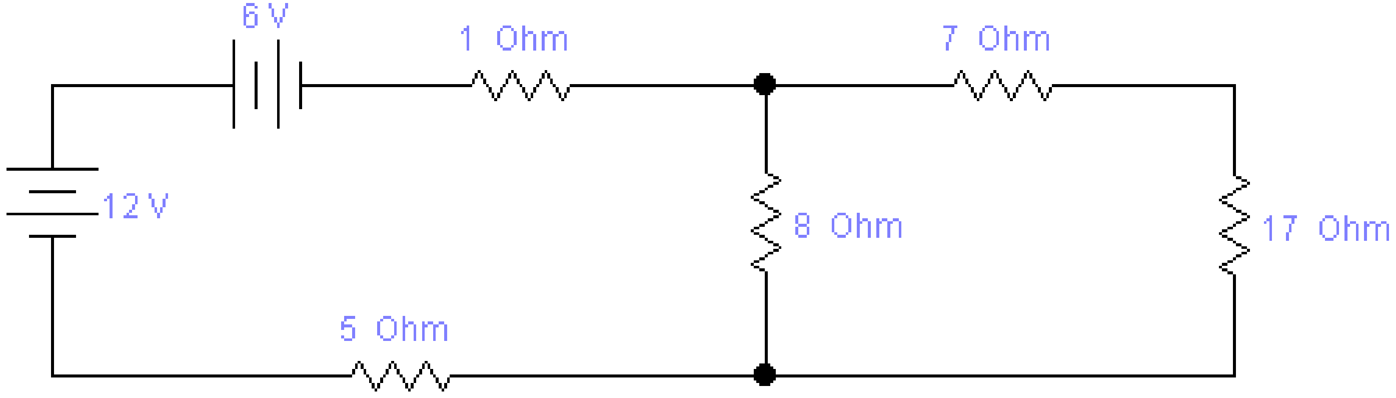
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA ECUADOR

UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos

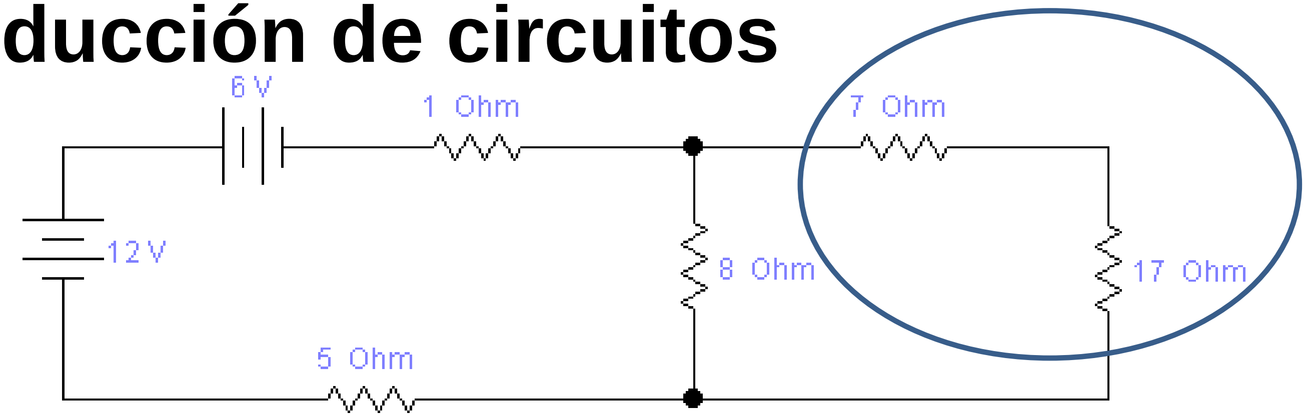
En este método se reduce las gráficas de circuitos por medio de gráficas de circuitos y reglas de paralelo, serie, etc...

Ejemplo: Hallar la corriente que pasa por la resistencia de 17 Ω



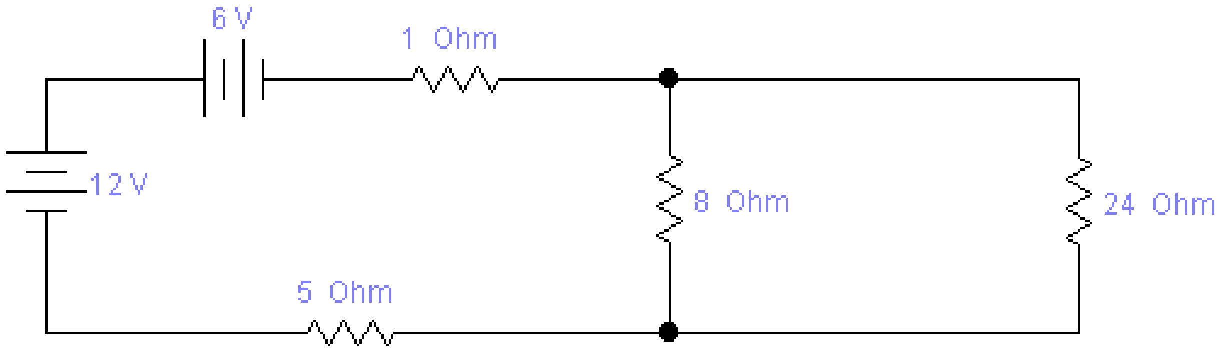
UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos



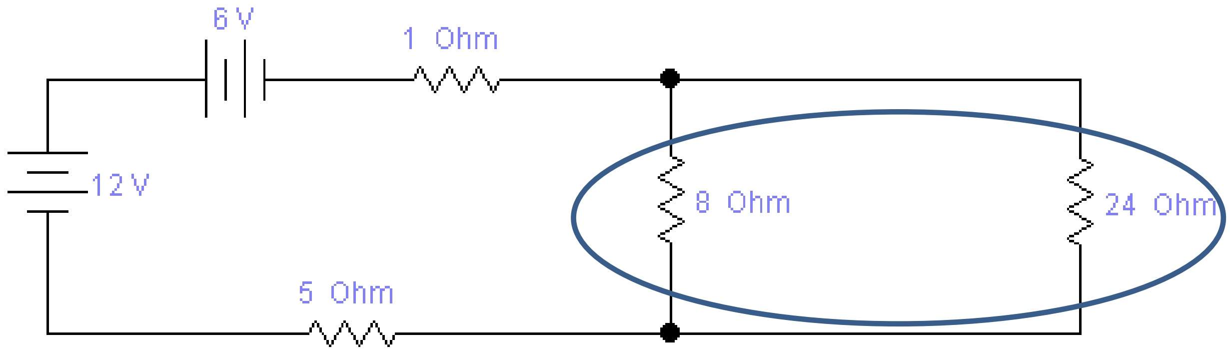
Las resistencias de 17 y 7 están en serie

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 7 + 17 = 24$$



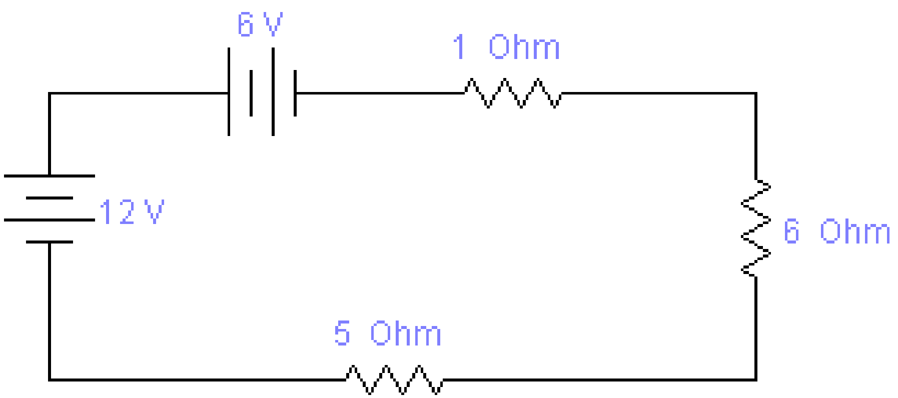
UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos



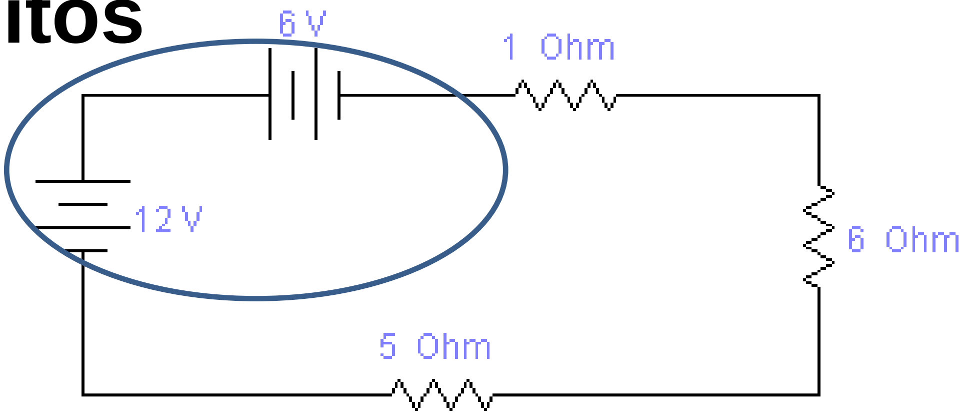
Las resistencias de 24 y 8 están en paralelo

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{24(8)}{24+8} = \frac{192}{32} = 6$$



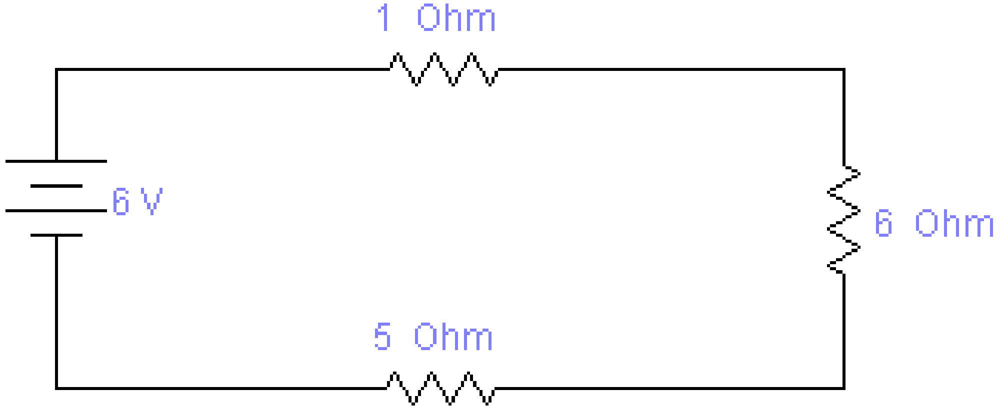
UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos



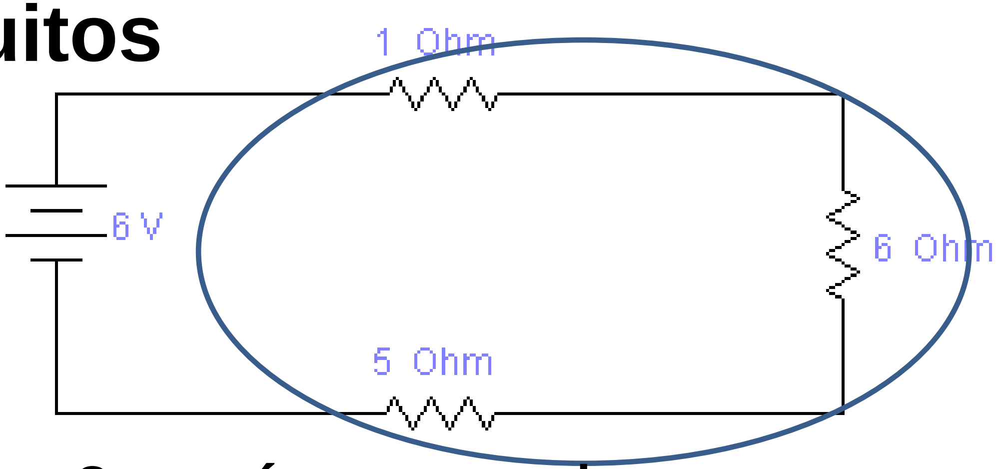
Las fuentes de voltaje están en serie pero con polaridades contrarias, por lo que se restan:

$$V = V_1 - V_2 = 12 - 6 = 6$$



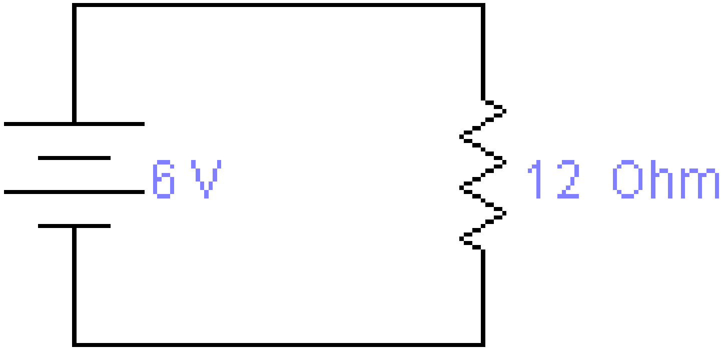
UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos



Las resistencias de 1,5 y 6 están en serie

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 1 + 5 + 6 = 12$$

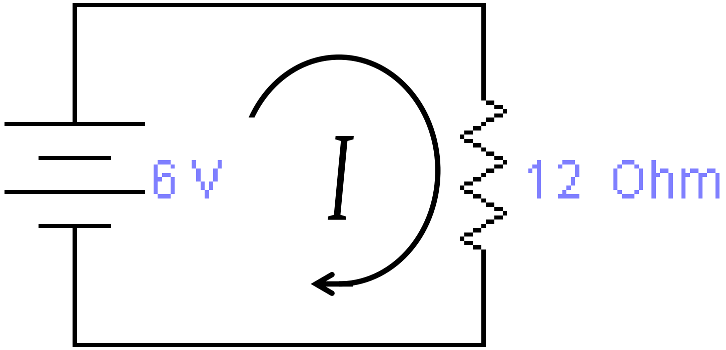


UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos

Por ley de Ohm se puede obtener la corriente total del circuito

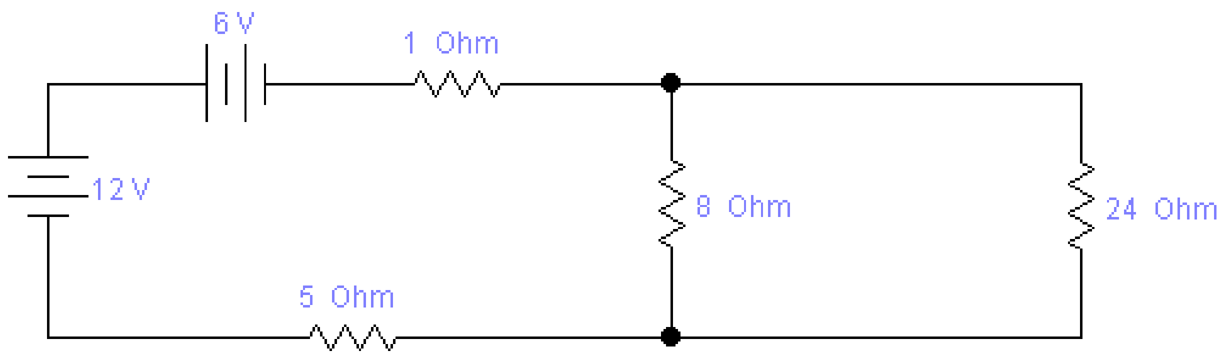
$$I = \frac{V}{R} = \frac{6}{12} = 0.5A$$



Y luego es sólo ir hacia atrás hasta llegar al circuito donde comenzamos.

UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos

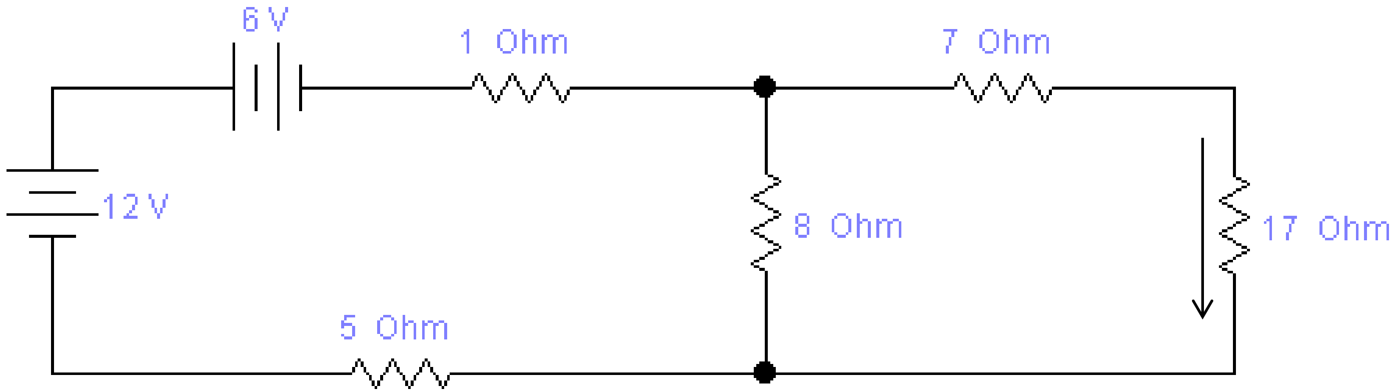


Como la resistencia de 6 ohms se obtuvo del paralelo de la de 8 y 24; sabemos que el voltaje en paralelo es el mismo entonces el voltaje en la resistencia de 24 ohms es 3 voltios. Y hallamos la corriente que pasa por esta resistencia.

$$I = \frac{V}{R} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0.125A$$

UNIDAD 3

1.- Reducción de circuitos



Como la resistencia de 24 ohms se formó de las resistencias en serie de 7 y 17 entonces la corriente en serie es la misma. Por lo tanto, la corriente que pasa por la resistencia de 17 ohms es 0.125 Amperios

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

Estas leyes se utilizan para resolver circuitos eléctricos complejos en los cuales se encuentran interconectados varios generadores y receptores.

Son dos leyes:

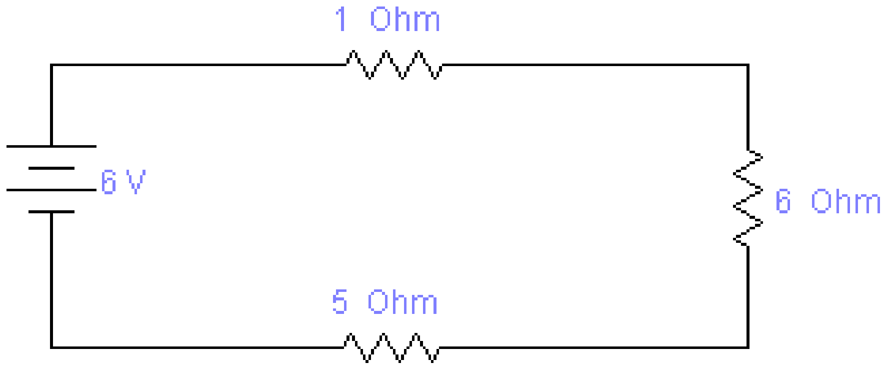
LVK: **L**ey de **V**oltaje de **K**irchoff
La sumatoria algebraica de cualquier voltaje a través de una trayectoria cerrada es cero.

LCK: **L**ey de **C**orriente de **K**irchoff
La sumatoria algebraica de Corrientes en un nodo es igual a cero.

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

LVK: **L**ey de **V**oltaje de **K**irchoff



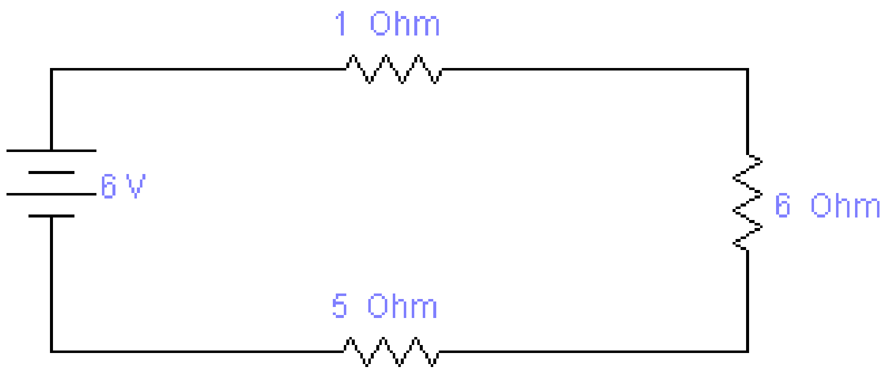
LCK: **L**ey de **C**orriente de **K**irchoff

La sumatoria algebraica de Corrientes en un nodo es igual a cero.

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

LVK: **L**ey de **V**oltaje de **K**irchoff



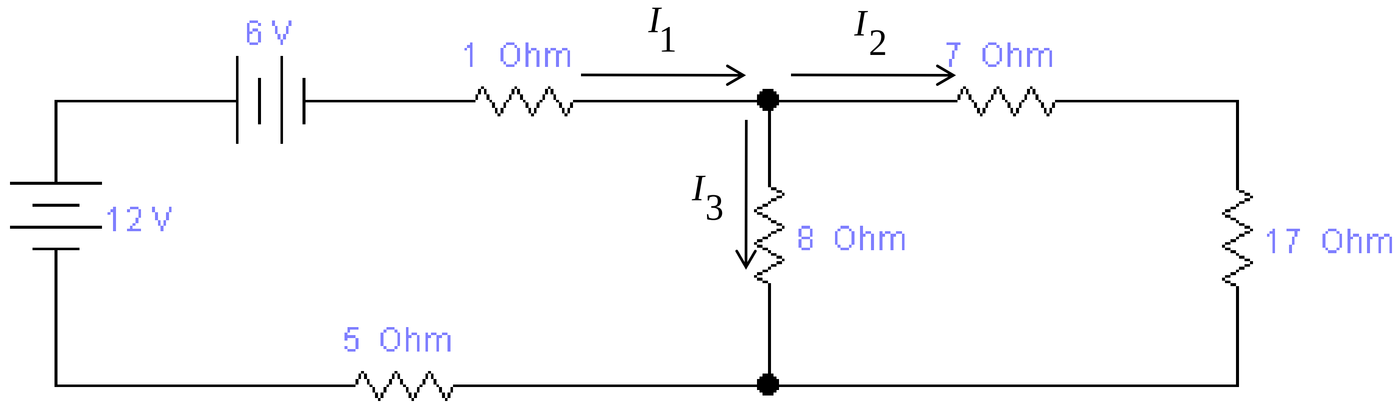
$$\sum V = 0$$

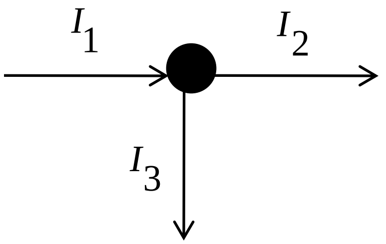
$$V_f + V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

LVK: **L**ey de **V**oltaje de **K**irchoff





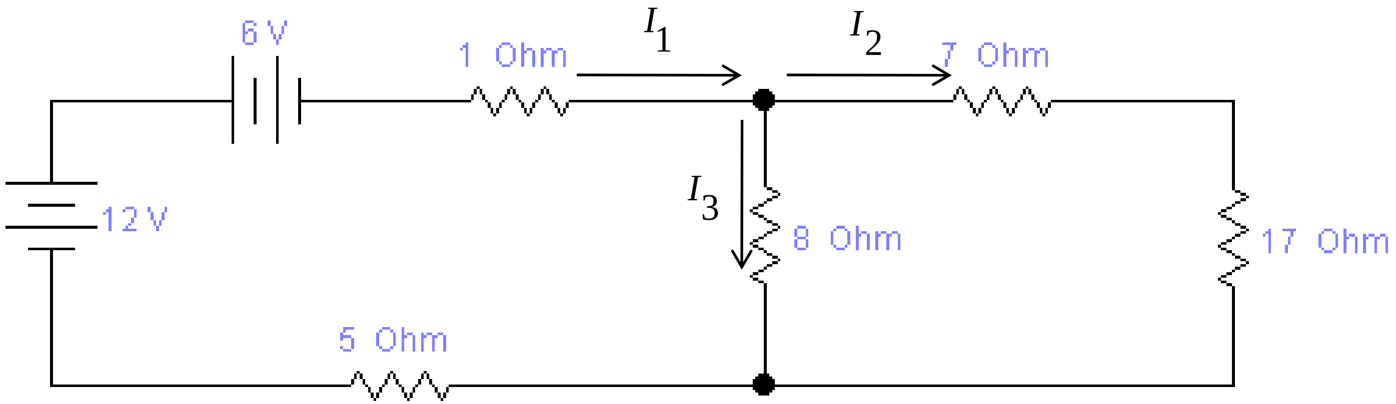
$$\sum I_{In} = \sum I_{Out}$$

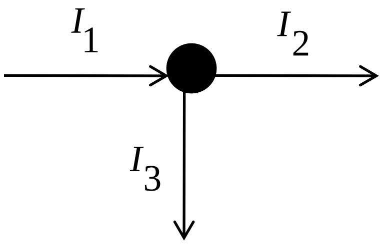
$$I_1 = I_2 + I_3$$

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

LVK: **L**ey de **V**oltaje de **K**irchoff





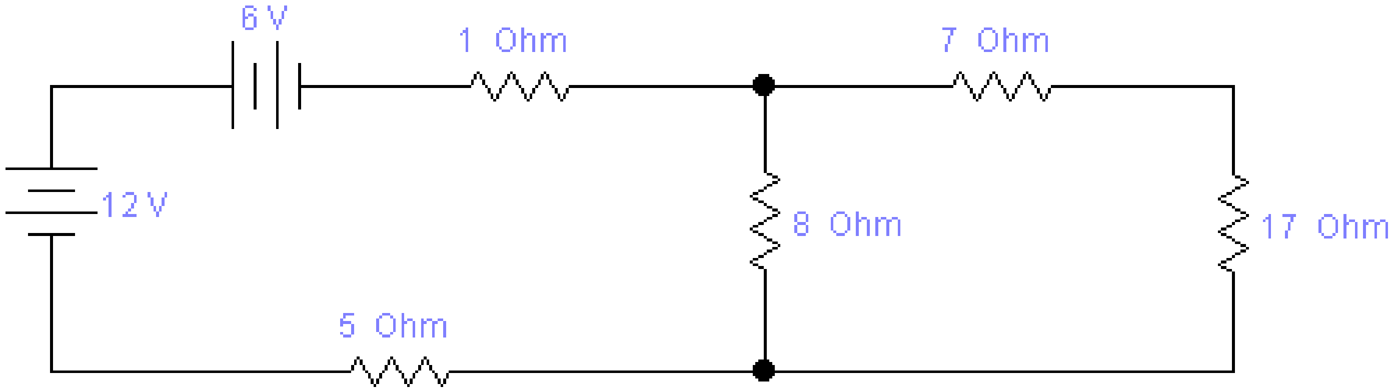
$$\sum I_{In} = \sum I_{Out}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

Ejemplo: Hallar la corriente que pasa por la resistencia de 17 Ω



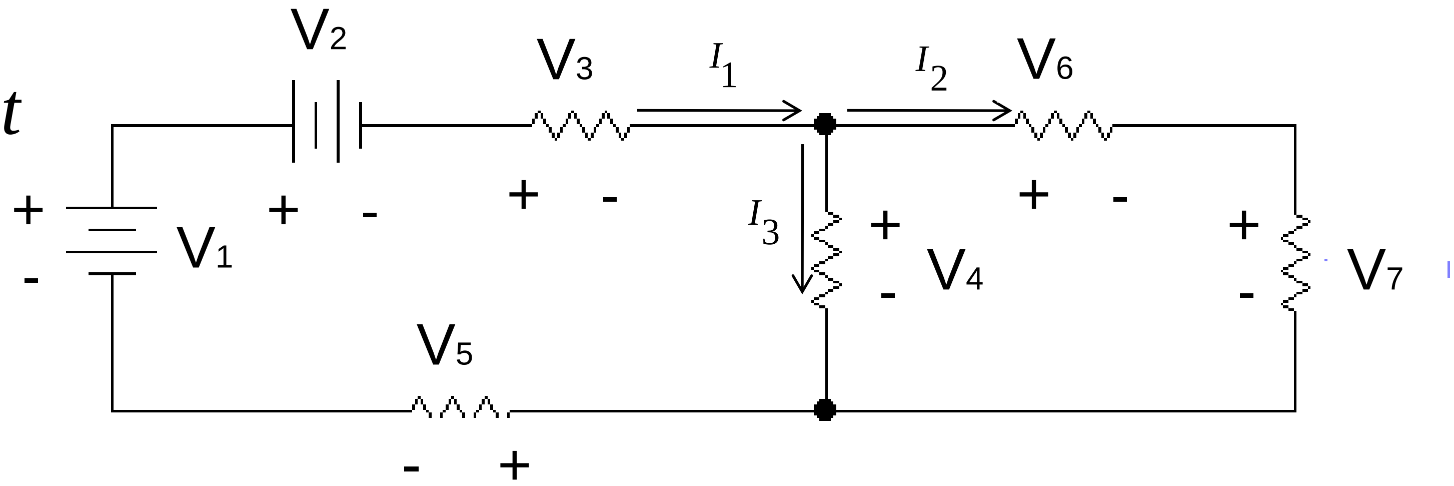
Por medio de las leyes de Kirchhoff se encuentran las siguientes ecuaciones por la ley de corrientes tenemos

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

$$\sum I_{In} = \sum I_{Out}$$

$$I_1 = I_2 + I_3$$



Por la ley de voltajes tenemos una ecuación por malla, por lo tanto tenemos 2 ecuaciones:

Malla 1

$$\sum V = 0$$

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 - V_5 = 0$$

Malla 2

$$\sum V = 0$$

$$V_4 - V_6 - V_7 = 0$$

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

Resolvemos el sistema de ecuaciones que se creó

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 - V_5 = 0$$

$$V_4 - V_6 - V_7 = 0$$

Recordamos la ley de Ohm y tenemos

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$V_1 - V_2 - I_1 R_1 - I_3 R_4 - I_1 R_5 = 0$$

$$I_3 R_4 - I_2 R_6 - I_2 R_7 = 0$$

2.- Leyes de Kirchhoff

Recordamos la ley de Ohm y tenemos

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$12 - 6 - I_1(1) - I_3(8) - I_1(5) = 0$$

$$I_3(8) - I_2(7) - I_2(17) = 0$$

Esto queda

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$6 - 6I_1 - 8I_3 = 0$$

$$8I_3 - 24I_2 = 0$$

UNIDAD 3

2.- Leyes de Kirchhoff

Al resolver con cualquiera de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones nos queda:

$$I_1 = 0.5A$$

$$I_2 = 0.125A$$

$$I_3 = 0.375A$$

UNIDAD 3

3.- Método de mallas

Este método utiliza la LVK para determinar las corrientes en el circuito y una vez que se conocen estas, se pueden saber los voltajes y potencia de todos los elementos.

Si los circuito tienen n mallas independientes se tendrán n ecuaciones simultáneas independientes para describir el comportamiento del circuito.

UNIDAD 3

3.- Método de mallas

Reglas del método de mallas.

1) Asignar corriente a cada malla para plantear la ecuación de voltaje.

2) De un lado de la ecuación escribimos la suma algebraica de las fuentes de voltaje conectadas a la malla en que estemos trabajando, el signo de la fuente si la corriente asignada de la malla atraviesa de negativo a positivo y cambiándole el signo si la atraviesa de positivo a negativo.

3.- Método de mallas

Reglas del método de mallas.

3.- Del otro lado de la ecuación hay dos clases de términos:

El término de voltaje propio de la malla es igual al producto de la corriente asignada a la malla en que estamos trabajando por la suma de las resistencias conectadas a dicha malla. Este término lleva signo positivo.

UNIDAD 3

3.- Método de mallas

Reglas del método de mallas.

Los términos de los voltajes mutuos de las mallas adjuntas que son iguales al producto de corriente asignada a otra malla adjunta de la malla en que estamos trabajando por la resistencia mutua. Este término lleva signo negativo si las dos corrientes que la atraviesan son de direcciones opuestas y lleva signo positivo si las dos corrientes que la atraviesan son de direcciones iguales

UNIDAD 3

3.- Método de mallas

Reglas del método de mallas.

Al haber una fuente de corriente (independiente ó controlada) en medio de dos mallas se forma lo que se conoce con el nombre de súper malla la cual necesita de dos ecuaciones para resolver.

a) Ecuación de la súper malla: Es igual a la diferencia de corrientes con la que está involucrada la fuente de corriente.

3.- Método de mallas

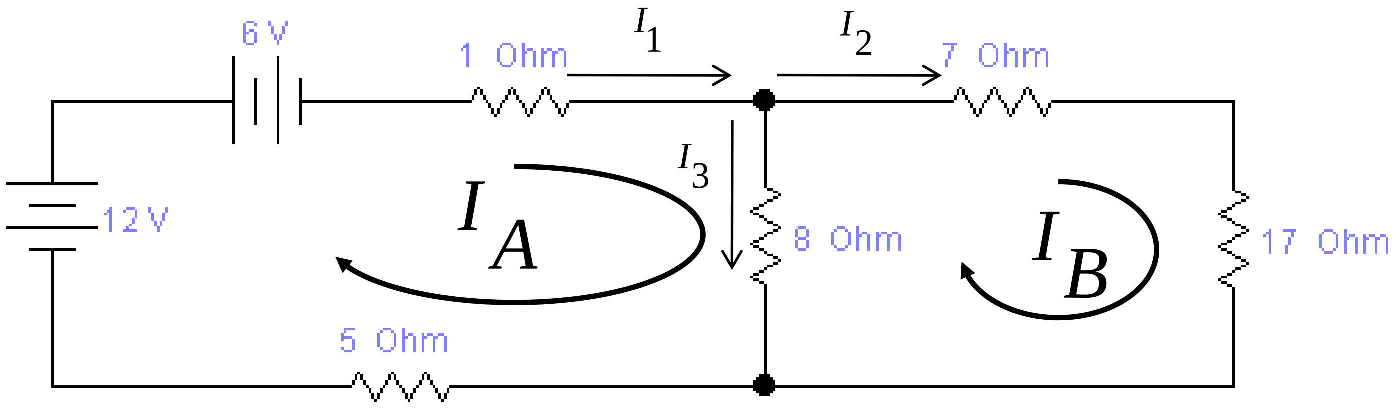
Reglas del método de mallas.

b) Ecuación Auxiliar: Se forma haciendo a la fuente de corriente un circuito abierto. Todas las corrientes que forman parte de la súper malla son positivas y las mutuas a la súper malla serán negativas.

UNIDAD 3

3.- Método de mallas

Ejemplo: Hallar la corriente que pasa por la resistencia de 17 Ω



$$6 = 14I_A - 8I_B$$

$$0 = -8I_A + 32I_B$$

UNIDAD 3

3.- Método de mallas

$$(4)\quad \begin{aligned} 6 &= 14I_A - 8I_B \\ 0 &= -8I_A + 32I_B \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 24 &= 56I_A - 32I_B \\ 0 &= -8I_A + 32I_B \end{aligned}$$

$$24 = 48I_A$$

$$I_A = 0.5A$$

$$I_1 = I_A$$

$$I_1 = 0.5A$$

$$\Rightarrow$$

$$0 = -8(0.5) + 32I_B$$

$$I_B = 0.125A$$

$$I_B = I_2$$

$$I_2 = 0.125A$$

$$I_3 = I_B - I_A = 0.375A$$

UNIDAD 3

4.- Método de nodos

En este método las variables de los circuitos se eligen como voltajes de nodos, estos se definen con respecto a un punto común en el circuito.

Un nodo se selecciona como referencia y normalmente este nodo es el que está conectado el mayor número de ramas y se llama tierra porque su potencial es igual a cero y a veces es el chasis en el circuito práctico.

Se debe trabajar con la conductancia (Siemens).

UNIDAD 3

4.- Método de nodos

Reglas del método de nodos.

1) Al identificar los nodos principales y el nodo de referencia, se escriben las ecuaciones en cada uno de los nodos con respecto al de referencia.

2) De un lado de la ecuación la suma algebraica de las fuentes de corriente conectadas al nodo en que estamos trabajando respetando el signo de aquellas que ingresen al nodo y cambiándole el signo a las que salgan del nodo.

4.- Método de nodos

Reglas del método de nodos.

3) Del otro lado de la ecuación vamos a distinguir dos clases de términos:

El término llamado corriente propia que es igual al producto de la tensión asignada al nodo en que estamos trabajando por la suma de las conductancias de los ramales conectados a dicho nodo. Este término lleva signo positivo.

UNIDAD 3

4.- Método de nodos

Reglas del método de nodos.

Los términos llamados corrientes mutuas que son iguales al producto de la tensión asignada al otro nodo mutuo por la conductancia del ramal que une directamente al nodo en que estamos trabajando y al nodo adyacente. Estos términos llevan el signo negativo.

UNIDAD 3

4.- Método de nodos

Reglas del método de nodos.

Si entre dos nodos activos (ninguno de los dos es tierra) está una fuente de voltaje, se forma lo que se conoce con el nombre de súper nodo que para este caso específico se necesitan dos ecuaciones para resolverlo.

a) La ecuación del súper nodo: Es igual a la diferencia de voltajes con la que está involucrada la fuente de voltaje.

4.- Método de nodos

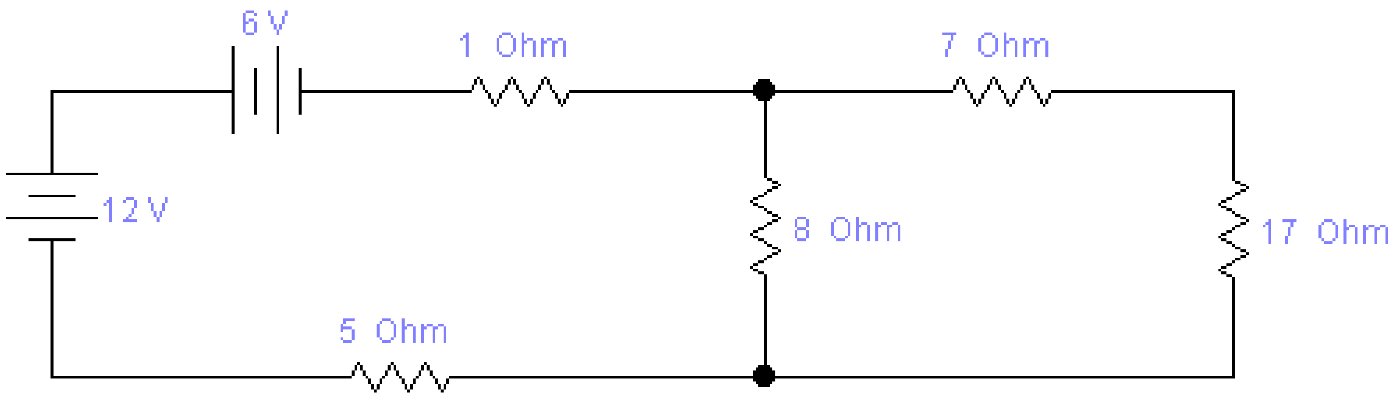
Reglas del método de nodos.

b) Ecuación Auxiliar: Se forma haciendo a la fuente de voltaje un corto circuito. Todos los voltajes que forman parte del súper nodo son positivas y las mutuas a la súper nodo serán negativas.

UNIDAD 3

4.- Método de nodos

Ejemplo: Hallar la corriente que pasa por la resistencia de 17 Ω



UNIDAD 3

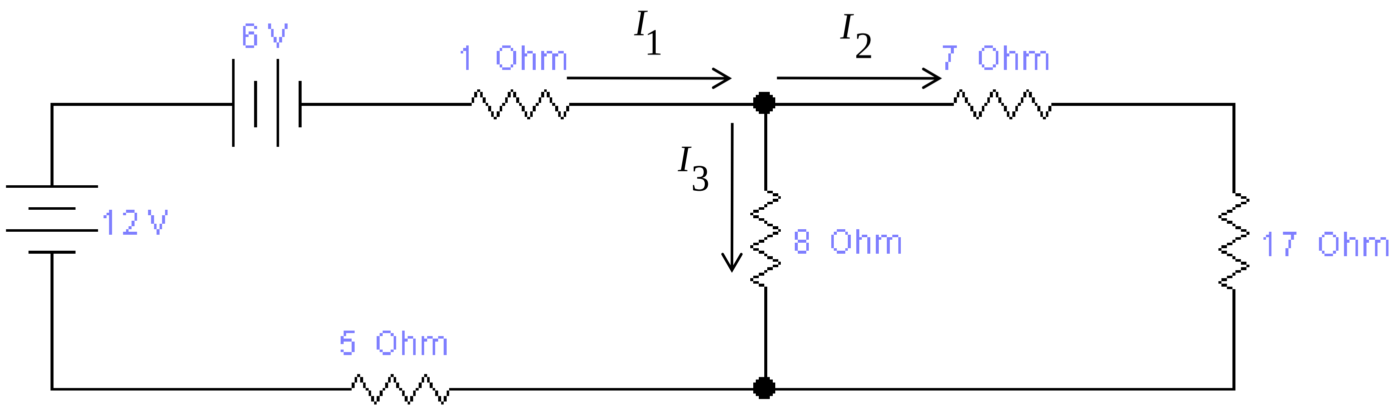
5.- Método de superposición

Se caracteriza que si existen varias fuentes de voltaje o corriente en un circuito se resuelve el circuito por cada una de las fuentes eliminando las demás. Se cortocircuitan las fuentes de voltaje y las de corriente como circuito abierto. Las diferentes respuestas sólo se superponen o sea se suman.

UNIDAD 3

5.- Método de superposición

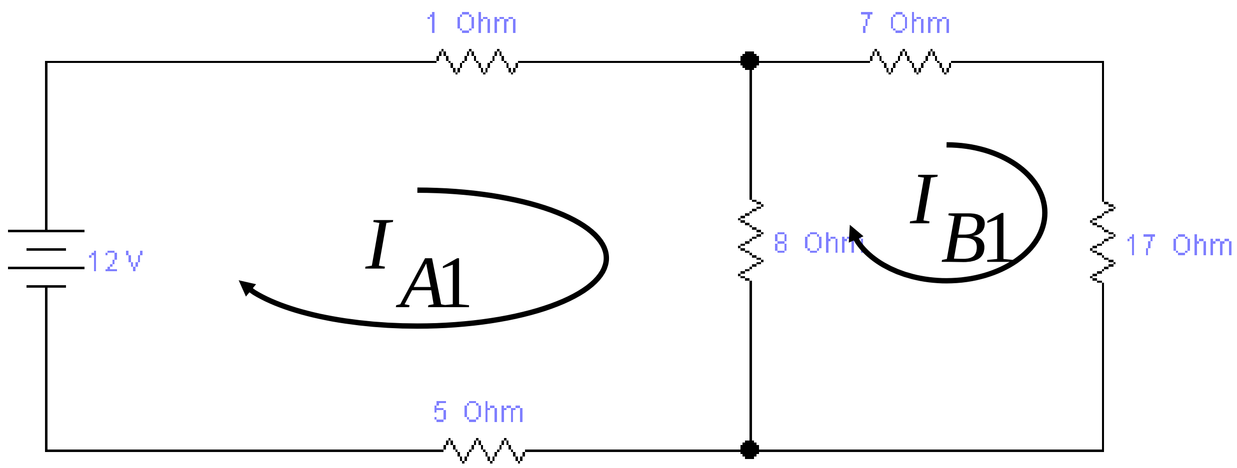
Ejemplo: Hallar la corriente que pasa por la resistencia de 17 Ω



UNIDAD 3

5.- Método de superposición

Ejemplo: Primero cortocircuitamos la fuente de 6 V



$$12 = 14I_{A1} - 8I_{B1}$$

$$0 = -8I_{A1} + 32I_{B1}$$

UNIDAD 3

5.- Método de superposición

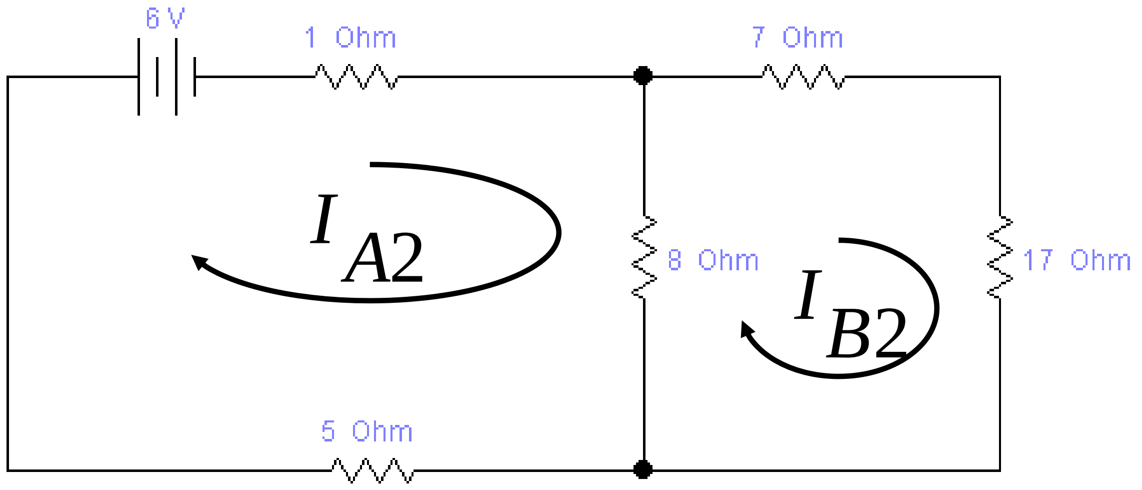
$$(4)\quad \begin{aligned} 12 &= 14I_{A1} - 8I_{B1} \\ 0 &= -8I_{A1} + 32I_{B1} \end{aligned} \;\Rightarrow\; \begin{aligned} 48 &= 56I_{A1} - 32I_{B1} \\ 0 &= -8I_{A1} + 32I_{B1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 48 &= 48I_{A1} \\ I_{A1} &= 1A \end{aligned} \;\Rightarrow\; \begin{aligned} 0 &= -8(1) + 32I_{B1} \\ I_{B1} &= 0.25A \end{aligned}$$

UNIDAD 3

5.- Método de superposición

Ejemplo: Luego cortocircuitamos la fuente de 12 V



$$-6 = 14I_{A2} - 8I_{B2}$$

$$0 = -8I_{A2} + 32I_{B2}$$

UNIDAD 3

5.- Método de superposición

$$(4)\quad \begin{aligned} -6 &= 14I_{A2} - 8I_{B2} \\ 0 &= -8I_{A2} + 32I_{B2} \end{aligned} \Longrightarrow \begin{aligned} -24 &= 56I_{A2} - 32I_{B2} \\ 0 &= -8I_{A2} + 32I_{B2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -24 &= 48I_{A2} \\ I_{A2} &= -0.5A \end{aligned} \Longrightarrow \begin{aligned} 0 &= -8(-0.5) + 32I_{B2} \\ I_{B2} &= -0.125A \end{aligned}$$

Luego sumamos ambas respuestas ya que hay que súper ponerlas.

UNIDAD 3

5.- Método de superposición

$$I_{A1}+I_{A2}=I_A$$
$$I_A=1A-0.5A$$
$$I_A=0.5A$$
$$I_1=0.5A$$

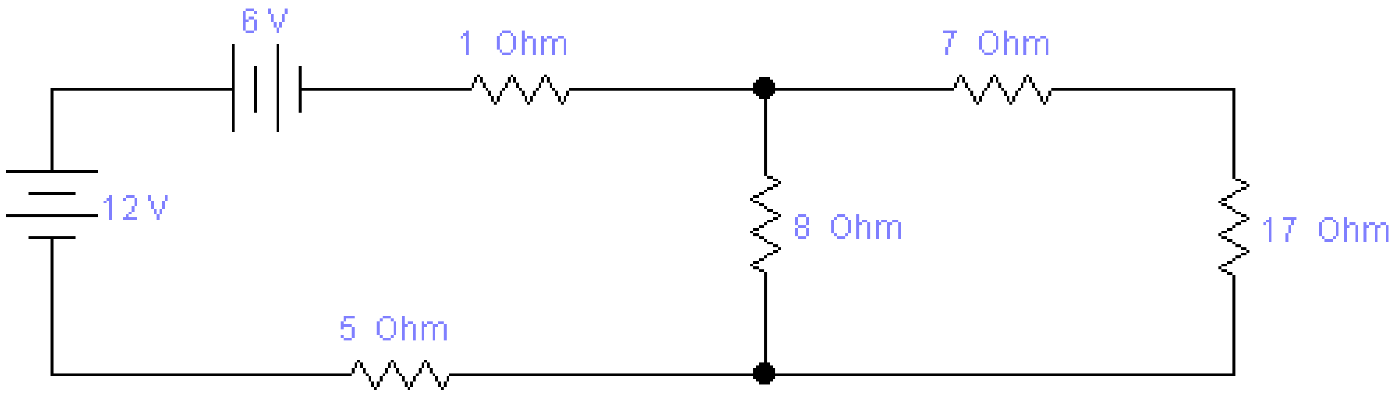
$$I_{B1}+I_{B2}=I_B$$
$$I_B=0.25A-0.125A$$
$$I_B=0.125A$$
$$I_2=0.125A$$

$$I_3=I_B-I_A=0.375A$$

UNIDAD 3

6.- Teoremas de Thevenin y Norton

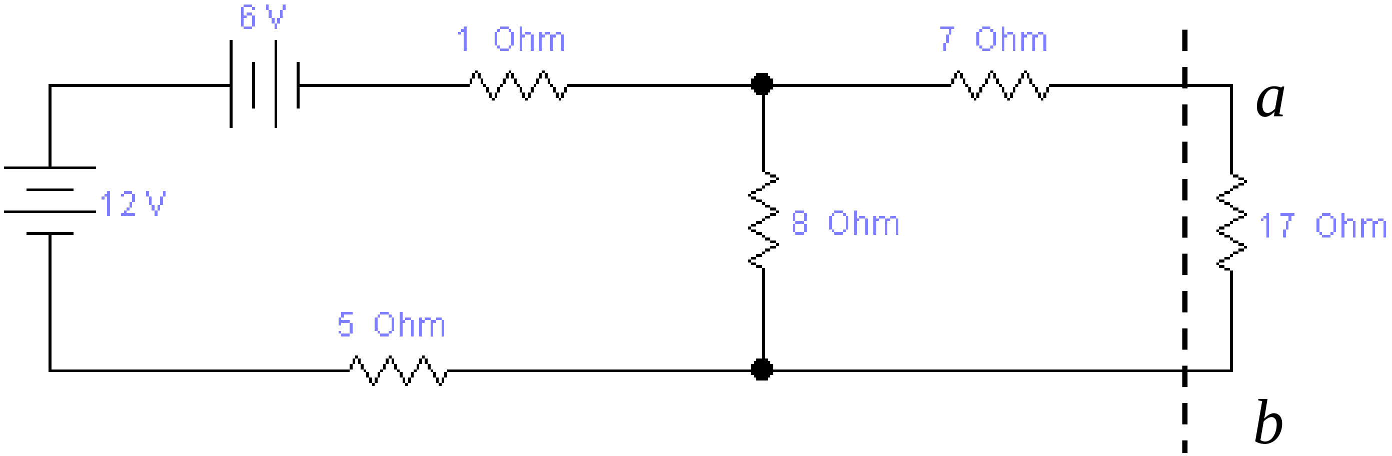
Ejemplo: Hallar la corriente que pasa por la resistencia de 17 Ω



Por el teorema de Thevenin primero lo dividimos en dos puertos R_{Th}

UNIDAD 3

6.- Teoremas de Thevenin y Norton

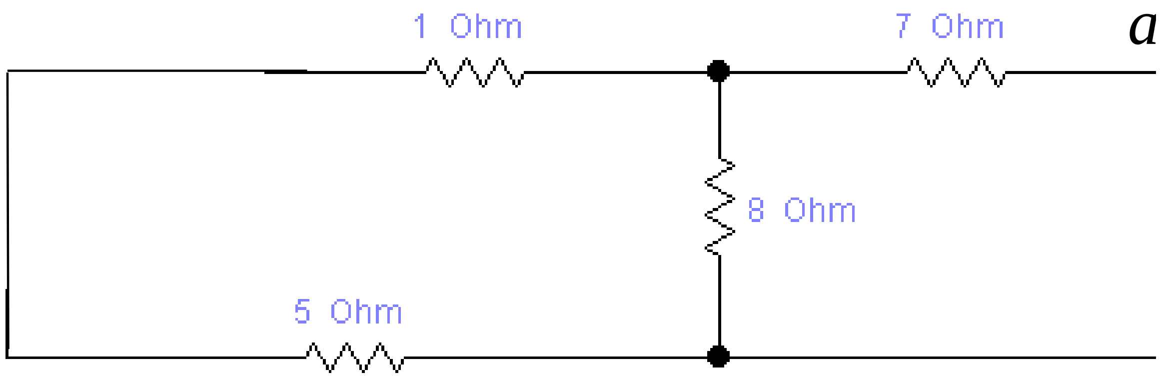


y luego hallamos la resistencia Thevenin

Para hallar la resistencia Thevenin, R_{Th} las fuentes de voltaje se cortocircuitan y se halla la resistencia equivalente.

UNIDAD 3

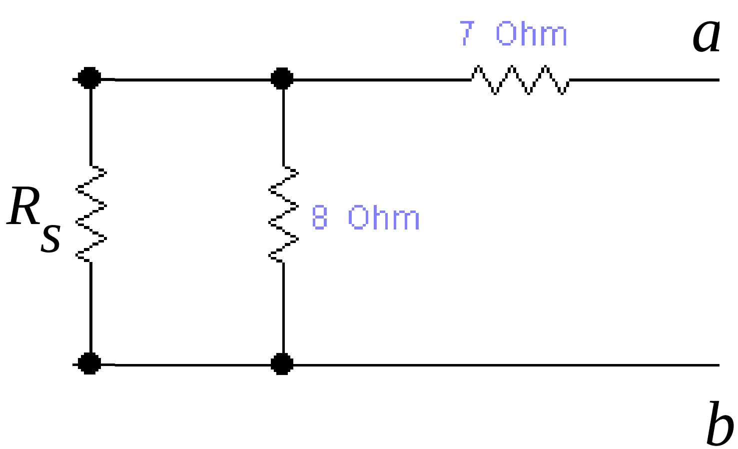
6.- Teoremas de Thevenin y Norton



$$R_s = R_1 + R_2$$

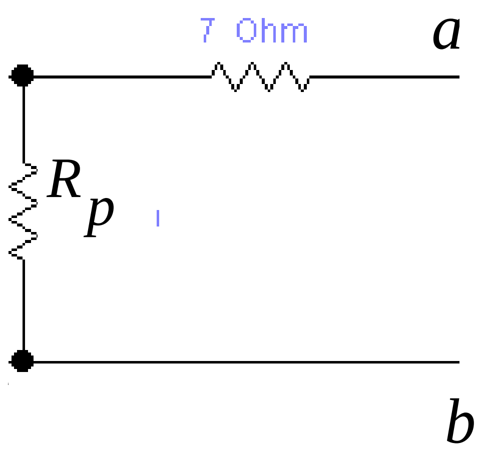
$$R_s = 1 + 5$$

$$R_s = 6\Omega$$



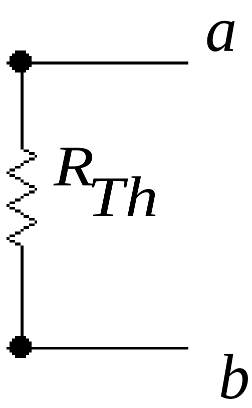
UNIDAD 3

6.- Teoremas de Thevenin y Norton



$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 8}{6 + 8}$$

$$R_p = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}\Omega$$



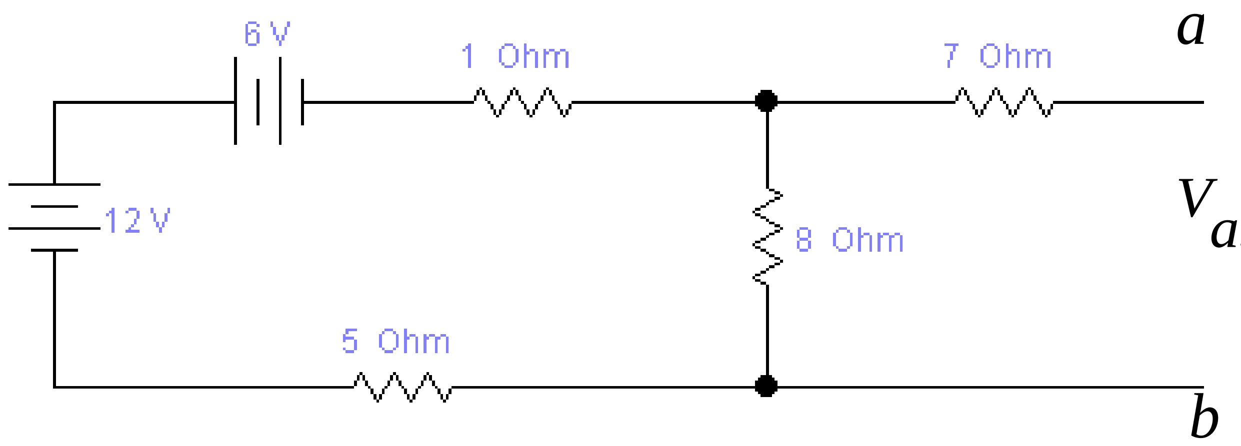
$$R_{Th} = R_1 + R_2$$

$$R_{Th} = \frac{24}{7} + 7$$

$$R_{Th} = \frac{73}{7}\Omega$$

UNIDAD 3

6.- Teoremas de Thevenin y Norton



$$V_{abierto} = V_{Th}$$

$$V_{Th} = V_{8\Omega}$$

Para hallar el voltaje se puede calcular un divisor de voltaje.

UNIDAD 3

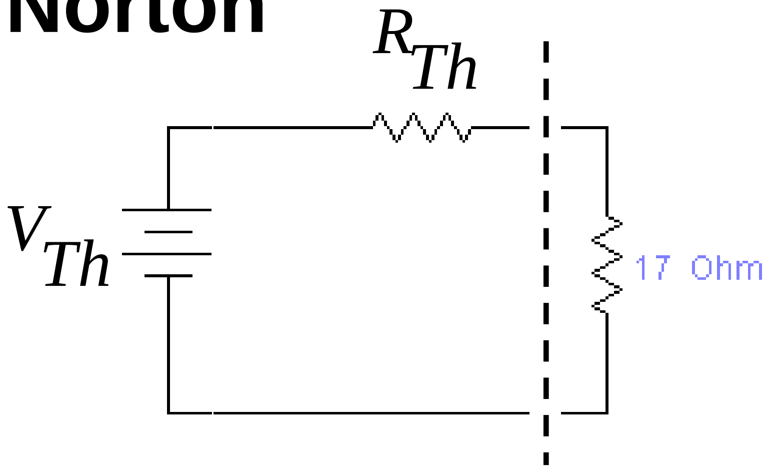
6.- Teoremas de Thevenin y Norton

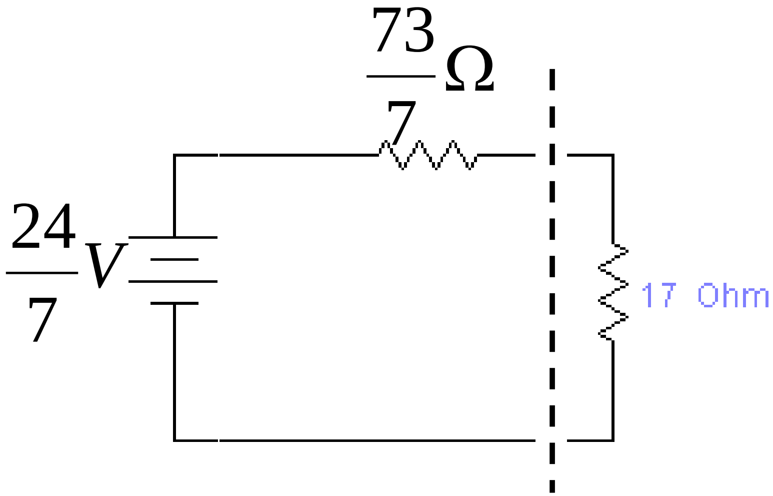
$$V = 12V - 6V = 6V$$

$$V_{Th} = V\left(\frac{R_i}{\sum R}\right)$$

$$V_{Th} = 6\left(\frac{8}{14}\right)$$

$$V_{Th} = \frac{24}{7}V$$





UNIDAD 3

6.- Teoremas de Thevenin y Norton

$$V_{Th} - I(R_{Th}) - I(R_L) = 0$$

$$\frac{24}{7}V - I\left(\frac{73}{7}\right) - I(17) = 0$$

$$\frac{24}{7}V = I\left(\frac{73}{7}\right) + I(17)$$

$$\frac{24}{7}V = I\left(\frac{192}{7}\right)$$

$$I = \frac{24}{192}A = 0.125A$$